

Partie II

Une entreprise produit un grand nombre d'ampoules. La proportion d'ampoules défectueuses dans la production est de 0,03. On prélève successivement et de façon indépendante quatre ampoules dans la production.

Une valeur approchée au millième de la probabilité que, parmi ces quatre ampoules, exactement deux soient défectueuses est :

- a. 0,250 b. 0,060 c. 0,005

Partie III

Parmi les joueurs d'échecs inscrits à un tournoi, l'un des joueurs est surnommé « le favori ».

Sur la base des résultats passés, on admet que la probabilité que « le favori » gagne un match contre l'un quelconque des joueurs du tournoi est égale à 0,9. On suppose que les résultats des matches successifs du tournoi sont indépendants et que lorsqu'un joueur perd un match, il est éliminé du tournoi.

1. La probabilité que « le favori » perde son premier match est égale à :

- a. 0,50 b. 0,10 c. 0,01.

2. La probabilité que « le favori » gagne ses deux premiers matches est égale à :

- a. 0,50 b. 0,81 c. 0,90.

3. Sachant que « le favori » a gagné son premier match, la probabilité qu'il gagne le match suivant est égale à :

- a. 0,50 b. 0,81 c. 0,90.

4. La probabilité que « le favori » ne joue qu'un ou deux match est égale à :

- a. 0,19 b. 0,20 c. 0,09.

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire discrète dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

| | | | | |
|--------------|------|------|------|------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(X = x_i)$ | 0,15 | 0,24 | 0,35 | 0,26 |

- Justifier que le tableau ci-dessus est bien celui d'une loi de probabilité.
- En utilisant les données du tableau, donner les probabilités suivantes : $P(X \geq 2)$ et $P(X < 2)$
- Calculer l'espérance de X .

Exercice 3

Un philatéliste acquiert un lot très important de timbres en vrac aux sujets variés. Son fournisseur lui a assuré que le lot contenait 5 % de timbres sur le thème du sport (ce sont ceux que notre collectionneur préfère).

Le philatéliste tire cinq timbres au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de timbres de sport obtenus. Compte-tenu de la quantité importante de timbres, on considère que la probabilité de succès reste identique après chaque tirage. Dans cette partie 1, on suppose aussi que le fournisseur dit la vérité.

- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- Donner la probabilité d'obtenir un seul timbre de sport.
- Donner la probabilité d'obtenir au moins un timbre de sport.

Exercice 4

On considère le jeu suivant : le joueur place une mise de 10 euros sur la table puis tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. Si la carte tirée est :

- un as, le joueur récupère sa mise et gagne 18 €
- un roi, le joueur gagne deux fois sa mise (et perd sa mise)
- une dame, le joueur récupère sa mise
- un valet, le joueur récupère sa mise
- dans les autres cas, le joueur perd sa mise.

On considère que chaque carte a la même probabilité d'être tirée et on note X la variable aléatoire donnant le gain du joueur (mise déduite), exprimé en euros.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer $E(X)$.
3. Que peut-on en conclure ?

BONUS

Dans cette question on suppose que le joueur place une mise m strictement positive.

Exprimer la loi de probabilité de X en fonction de m , calculer $E(X)$ et déterminer les valeurs de m pour lesquelles le jeu est équitable.